NOVEMBER/DECEMBER 2025

FMA21/CMA21 — CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.



1. State Leibnitz' s Theorem.

   லீப்னிட்ஸ் தேற்றம் கூறுக.

2. If $x^y = y^x$ then find $\dfrac{dy}{dx}$.

   $x^y = y^x$ எனில் $\dfrac{dy}{dx}$ ஐக் கண்டறியவும்.

3. What is the radius of curvature at (3,4) on the curve $x^2 + y^2 = 25$?

   $x^2 + y^2 = 25$ வளைவில் (3,4) வளைவின் ஆரம் என்ன?

4. Write the polar equation of the straight line.

   நேர்கோட்டின் துருவ சமன்பாட்டை எழுதவும்.

5. Define asymptotes.

கந்தழித் தொடுகோடு வரையறுக்க.

6. Write the center of curvature formula.

வளைவுமையத்தின் சூத்திரத்தினை எழுதுக.

7. Solve $\int_0^1 x^{\frac{4}{5}} dx$.

தீர்க்க $\int_0^1 x^{\frac{4}{5}} dx$.

8. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^9 x \cdot dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^9 x \cdot dx$.

9. Evaluate $\int_0^1 \int_1^2 x(x+y)\, dy\, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^1 \int_1^2 x(x+y)\, dy\, dx$.

18. Find the envelope of the family of straight lines $x \cos\alpha + y \sin\alpha = \alpha \sin\alpha, \cos\alpha$, where α is the parameter.

$x \cos\alpha + y \sin\alpha = \alpha \sin\alpha, \cos\alpha$ என்ற நேர் கோடுகளின் குடும்பத்தின் உறையைக் கண்டறியவும் இதில் α என்பது அளவுரு.

19. Calculate the beta function for $\int_0^1 t^4(1-t)^3\, dt$.

பீட்டா செயல்பாட்டைக் கணக்கிடுக $\int_0^1 t^4(1-t)^3\, dt$.

20. Find the volume of the sphere $x^2+y^2+z^2=a^2$ without transformation.

$x^2+y^2+z^2=a^2$ எந்த மாற்றமும் இல்லாமல் கோளத்தின் கன அளவைக் கண்டறியவும்.

(b) Change the order of integration $\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}\, dy\, dx$.

$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}\, dy\, dx$ இவற்றின் ஒருங்கிணைப்பு வரிசையை மாற்றுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. A rectangular box opens at the top is to have a given capacity K. Find the dimension of the box requiring least material for its construction.

ஒரு செவ்வகப் பெட்டி திறக்கும்போது மேலே திறந்திருக்கும் பெட்டியின் கொடுக்கப்பட்ட திறன் K எனில் அதன் கட்டுமானத்திற்கு குறைந்தபட்சம் பொருள் தேவைப்பட்டால் பெட்டியின் பரிமாணத்தைக் கண்டறியவும்.

17. Find ρ for the curve $r = a(1+\cos\theta)$.

$r = a(1+\cos\theta)$ என்ற வளைவுக்கான ρ ஐக் கண்டறி.

10. Evaluate : $\int_0^a \int_0^b \int_0^c e^{x+y+z} dz\, dy\, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^a \int_0^b \int_0^c e^{x+y+z} dz\, dy\, dx$.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.



11. (a) Examine $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 3y + 20$ for its extreme values.

$f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 3y + 20$ ஐ தீவிர மதிப்புகளுக்கு ஆராய்க.

Or

(b) If $u = 2xy, v = x^2 - y^2$ and $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, Evaluate $\frac{\partial(u, \theta)}{\partial(r, \theta)}$.

$u = 2xy, v = x^2 - y^2$ மற்றும் $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ எனில் $\frac{\partial(u, \theta)}{\partial(r, \theta)}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

12. (a) Find the radius of curvature at the point θ on the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

$r^2 = a^2 \cos 2\theta$ என்ற வளைவில் θ புள்ளியில் வளைவின் ஆரத்தைக் கண்டறி.

Or

(b) Find ρ for the curve $y^2 = x^3 + 8$ at $(-2, 0)$.

$(-2, 0)$ இல் $y^2 = x^3 + 8$ வளைவுக்கான ρ ஐக் கண்டறியவும்.

13. (a) Find the equation of the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$.

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் பரிணாமத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறி.

Or

(b) Find the center of curvature at the point (1, 1) on the curve $x^3 + y^3 = 2$.

$x^3 + y^3 = 2$ என்றவளைவில் (1, 1) புள்ளியில் வளைவின் மையத்தைக் கண்டறி.

14. (a) Find the reduction formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ இவற்றின் குறைப்பு சூத்திரத்தைக் கண்டறி.

Or

(b) Evaluate $\int \sin^6 x \cos^3 x dx$.

மதிப்பீடு $\int \sin^6 x \cos^3 x dx$.

15. (a) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{r}{(r^2 + a^2)^2} dr\, d\theta$.

மதிப்பீடு $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{r}{(r^2 + a^2)^2} dr\, d\theta$.

Or